Ruch jednostajny po okręgu

Większość planet, w tym Ziemia, porusza się wokół Słońca prawie jednostajnie po orbitach w przybliżeniu kołowych. Wokół Ziemi krąży Księżyc. Niektóre planety mają również naturalne satelity, okrążające je po orbitach prawie kołowych.

Ruch po okręgu jest typowy dla wielu ciał kosmicznych. Z takim ruchem bardzo często spotykamy się w życiu codziennym.

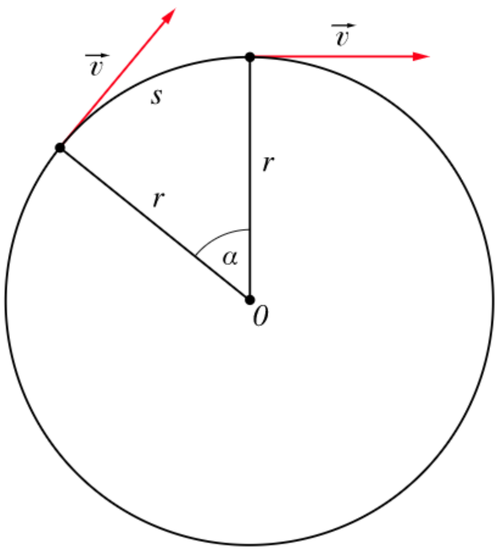
Rozpatrzmy przypadek *ruchu jednostajnego po okręgu*. Mamy z nim do czynienia, gdy ciało przebywa jednakowe odcinki drogi po okręgu w jednakowych odstępach czasu. Zapoznamy się z zasadniczymi wielkościami fizycznymi, za pomocą, których opisujemy ruch punktu materialnego po okręgu. Jedną z nich jest prędkość v.

Prędkość v

Wartość prędkości w ruchu jednostajnym po okręgu jest stała. Jest ona określona jako stosunek s – długości łuku, jaki zakreśli poruszający się punkt, do t – czasu, w którym to nastąpi:

$$v = \frac{s}{t} \tag{1.2}$$

Aby określić prędkość, nie wystarczy podać jej wartość, trzeba też określić jej kierunek i zwrot. Wielkości, które mają określony kierunek i zwrot, nazywamy *wektorami*. Na rysunkach oznacza się je strzałką, która wyznacza kierunek wektora. Zwrot wektora jest pokazany za pomocą grota. Długość strzałki jest proporcjonalna do wartości wektora. Prędkość jest wektorem i dlatego przedstawia się ją za pomocą strzałki.



Okres obiegu T

Okres jest to czas, w jakim punkt materialny wykonuje pełny obieg okręgu. Za pomocą okresu możemy wyrazić *prędkość liniową* oraz *prędkość kątową* punktu materialnego poruszającego się po okręgu.

Prędkość liniową przedstawiamy jako stosunek 2πr (obwodu koła) do T (okresu obiegu):

$$v = \frac{2\pi r}{T} \tag{1.3}$$

Częstotliwość ν

Częstotliwość definiujemy jako liczbę obiegów, którą punkt materialny wykonuje w ciągu jednostki czasu. Jeżeli w czasie jednej sekundy punkt wykonuje np. 3 obroty, to jeden obrót trwa 1/3 sekundy. Widzimy, że częstotliwość można wyrazić jako odwrotność okresu, czyli:

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{1.4}$$

Jednostką częstotliwości jest odwrotność sekundy (s^{-1})Jest to *herc*, $1\mathrm{Hz} = 1\mathrm{s}^{-1}$

Prędkość kątowa ω

W rozszerzonym kursie fizyki poznamy jeszcze jedną miarę prędkości w ruchu po okręgu, zwaną prędkością kątową. Jest ona powszechnie stosowana w fizyce i technice, dlatego warto wspomnieć o niej już teraz, w pierwszej klasie.

Prędkość kątową punktu P w ruchu jednostajnym po okręgu określamy jako stosunek kąta zakreślanego przez promień wskazujący ten punkt do czasu, w którym to następuje. Jeśli w czasie t promień wskazujący punkt P zakreśli kąt α, to prędkość kątowa punktu P wynosi:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Jednostką prędkości kątowej może być stopień na sekundę. Jednak dla wygody zapisu wzorów, w układzie SI przyjęto tzw. łukową miarę kąta, w której kąt pełny (czyli 360°) ma miarę 2π radianów. Miary innych kątów przelicza się na zasadzie proporcji:

$$\frac{\alpha_{[rad]}}{2\pi} = \frac{\alpha_{[deg]}}{360°}$$

Prędkość kątową można więc przedstawić jako stosunek 2π (czyli miary kąta pełnego w radianach) do T (okresu obiegu):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1.5}$$

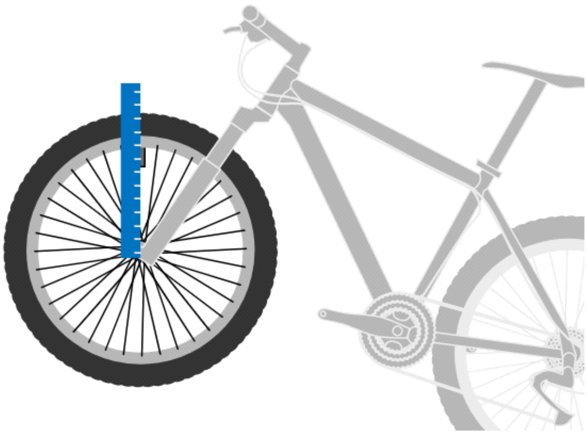
Przykładami ruchu jednostajnego po okręgu, z którymi mamy do czynienia na co dzień, mogą być ruch wentyla na wirującym kole unieruchomionego roweru, ruch krzesełka na karuzeli, ruch dowolnego punktu na kuli ziemskiej.

Doświadczenie "Rotacja 1"

Celem tego doświadczenia będzie zapoznanie się z podstawowymi wielkościami określającymi ruch jednostajny po okręgu. Będziemy obserwować ruch wentyla na kole roweru. Ustawmy rower na podpórce, w ten sposób, aby przednie koło mogło obracać się swobodnie.

Okres, prędkość i częstotliwość w ruchu po okręgu:

Mierzymy odległość wentyla od osi koła. Odległość ta to promień okręgu, po którym porusza się wentyl. Oznaczymy promień literą r.

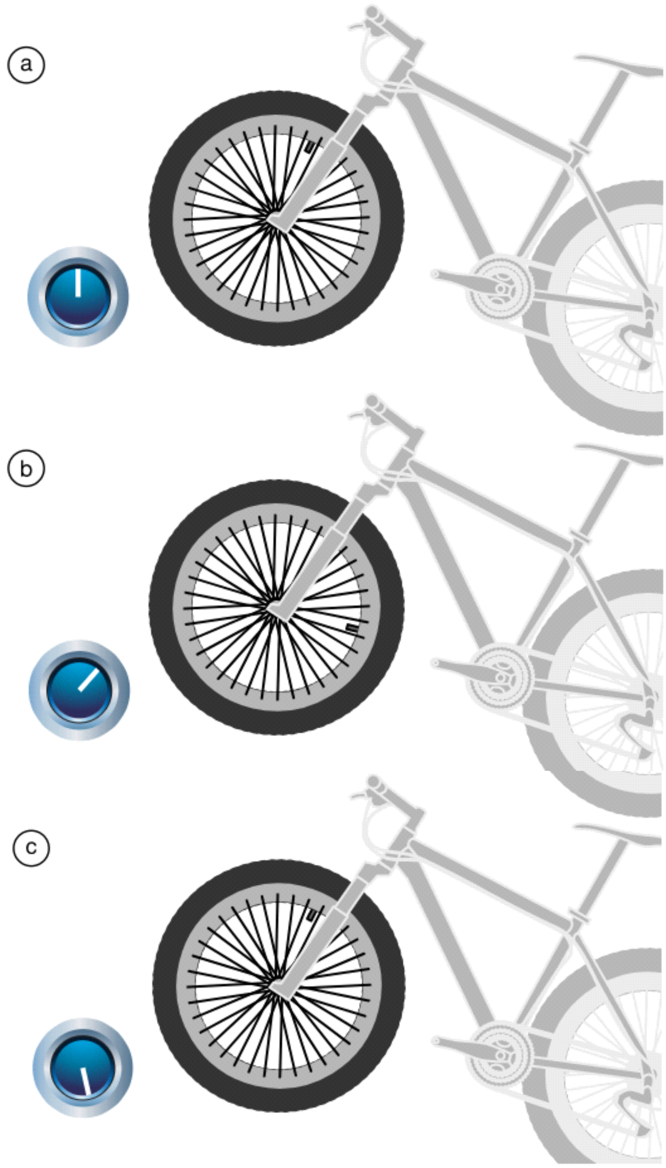


Wynik pomiaru r – promienia okręgu, po którym porusza się wentyl, wpisujemy do tabelki pomiarów:

Lp.	Promień okręgu r (cm)	Okres — czas obiegu T (s)	Prędkość (liniowa) v (m/s)	Częstotliwość ν (1/s)	Prędkość kątowa ω (1/s)

Nadajemy kołu niezbyt szybkie obroty i mierzymy stoperem czas pełnego obiegu wentyla – włączamy stoper, gdy wentyl znajdzie się w określonym miejscu, a wyłączamy, gdy wentyl znajdzie się ponownie w tym samym miejscu (na przykład włączamy stoper w momencie, gdy wentyl mija przednią krawędź widełek, a wyłączamy, gdy ponownie mija tę krawędź widełek.

Czas pełnego obiegu wentyla nazywamy okresem i oznaczamy go literą T. Wynik pomiaru okresu T wpisujemy do tabelki pomiarów.



Obliczamy prędkość v ruchu wentyla po okręgu według znanego wzoru:

$$v = \frac{s}{t} \tag{1.6}$$

gdzie s oznacza przebytą drogę wentyla (po okręgu); t – czas przebycia tej drogi.

Z naszych pomiarów wynika, że w czasie okresu T wentyl wykonał pełny obieg po okręgu, czyli przebył drogę $s = 2\pi r$. Dane z tabelki pomiarów podstawiamy do wzoru. Obliczamy prędkość v i wypełniamy następną rubrykę tabelki.

Obliczamy częstotliwość ν (liczbę obrotów w ciągu 1 s) według wzoru. Aby obliczyć częstotliwość, trzeba podzielić liczbę obrotów wykonanych w czasie t, przez ten czas. Otrzymamy w ten sposób liczbę obrotów wykonaną w czasie 1 s. Ponieważ w czasie T wykonany był jeden obrót, dzielimy 1 przez T. Wynik wpisujemy do tabelki pomiarów.

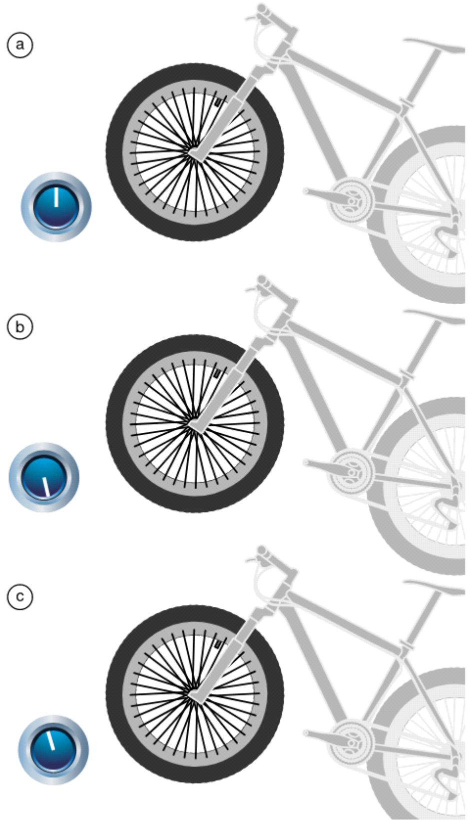
Obliczamy prędkość kątową ω ruchu wentyla po okręgu. Z naszych pomiarów wynika, że w czasie T promień wykonał pełny obieg po okręgu, czyli zakreślił kąt pełny $\alpha = 2\pi$. Zatem możemy przyjąć wzór do obliczenia ω – jego prędkości kątowej.

Dane z tabelki pomiarów podstawiamy do wzoru, obliczamy prędkość kątową ω i wypełniamy następną rubrykę tabelki.

Część 2: Jednostajność ruchu po okręgu, niepewności i błędy pomiarowe

Rozpędzamy koło i mierzymy stoperem kolejne trzy czasy pełnych obiegów wentyla. W tym celu należy zastosować stoper z rejestrem tzw. międzyczasów. Jeżeli takim nie dysponujemy, poprośmy o pomoc dwie inne osoby, które zmierzą kolejne – drugi i trzeci– czasy pełnego obiegu.

Jeżeli koło rowerowe nie doznaje znacznych oporów ruchu, to zmierzone czasy będą się mało różnić między sobą. Pomiar każdego z nich daje T – wartość okresu.



Lp.	Promień okręgu r (cm)	Niepewność pomiarowa Δr (cm)	Okres — czas obiegu T			Okres średni T (s)	Niepewność pomiarowa ΔT (s)	Prędkość (liniowa) v (m/s)	Niepewność pomiarowa Δv (m/s)
			T_1(s)	T_2(s)	T_3(s)				

Oceniamy niepewności pomiarowe Δr i ΔT. Do określenia *niepewności pomiaru promienia* Δr uwzględniamy połowę najmniejszej działki podziałki linijki (np. $\frac{1}{2}$ mm), dokładność przyłożenia linijki do osi (np. 1 mm) oraz dokładność odczytu (np. $\frac{1}{2}$ mm). Sumujemy te wielkości i otrzymujemy wartość niepewności pomiaru Δr (np. Δr=$\frac{1}{2}$ mm+1mm+$\frac{1}{2}$ mm=2mm=0), którą wpisujemy do tabeli.

Niepewność pomiaru okresu ΔT wynika przede wszystkim z:

- czasu reakcji przy włączaniu i wyłączaniu stopera (np. 0,1 s przy włączaniu i 0,1 s przy wyłączaniu),
- dokładności odczytu (np. 0,01 s – stoper *analogowy*: odczyt bezpośrednio z podziałki, stoper *cyfrowy*: połowa różnicy między sąsiednimi wartościami cyfrowymi odczytu).

Sumujemy te wielkości i otrzymujemy wartość niepewności pomiaru ΔT (np. ΔT=0,01s+0,1s+0,1s=0,21s), którą wpisujemy do tabeli.

Jeżeli wyniki pomiarów T1, T2, T3 różnią się od siebie w granicach niepewności pomiarowej ΔT, to wnioskujemy, że ruch wentyla po okręgu jest ruchem *jednostajnym*.

Obliczamy prędkość v ruchu wentyla po okręgu. W tym celu do wzoru wstawiamy wartość średnią okresu (T – średnia arytmetyczna z T1,T2, T3):

$$T = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \tag{1.7}$$

Tak obliczonej średniej przypiszemy niepewność ΔT=0,21s

Obliczamy niepewność pomiarową Δv. Najpierw obliczymy niepewność względną Δv/v ze wzoru:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T}$$

następnie niepewność pomiaru prędkości Δv ze wzoru:

$$\Delta v = \frac{\Delta v}{v} v$$

Przykładowo, jeśli zmierzono r=30cm i uzyskano średnią wartość T=2s, to:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T} = \frac{0,2}{30} + \frac{0,21}{2} = 0,007 + 0,105 = 0,112 \approx 0,11$$

Prędkość:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 94,2 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

więc

$$\Delta v = \frac{\Delta v}{v} v = 0,112 \cdot 94,2 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}} = 10,554 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}} \approx 11 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Otrzymaliśmy w ten sposób niepewność pomiaru prędkości. *Wynik pomiaru* zapisujemy w następujący sposób: $v = (94 \pm 11) \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$

Uwaga: Pamiętaj o właściwych zaokrągleniach wyników.

Na koniec przyjrzymy się pewnemu szczegółowi obliczenia względnej niepewności prędkości Δv/v. Przyjęliśmy w że wyraża się ona jako suma względnych niepewności pomiaru promienia Δr/r oraz okresu ΔT/T. Niepewności te możemy wyrazić w procentach i porównać:

$$\frac{\Delta r}{r} = 0{,}7\% \quad \frac{\Delta T}{T} = 10{,}5\%$$

Oznacza to, że promień koła rowerowego zmierzyliśmy piętnaście razy dokładniej niż okres jego obrotu!

Gdybyśmy więc planowali powtórzenie pomiarów w celu uzyskania mniejszej niepewności prędkości, to powinniśmy przede wszystkim pomyśleć o zmniejszeniu niepewności pomiaru okresu. Jednym z możliwych sposobów osiągnięcia tego celu może być pomiar czasu nie jednego obrotu koła, lecz kilku (np. pięciu) jego obrotów. Wtedy niepewność pomiaru (oszacowana przez nas na 0,21 s) obarcza nie jeden okres T, lecz czas 5T. Dzięki takiemu prostemu zabiegowi niepewność ΔT zostaje pięciokrotnie zredukowana.

Takie postępowanie – pomiar czasu trwania nie jednego, lecz kilku (kilkunastu) okresów cyklicznego zjawiska w celu zredukowania niepewności pomiarowej – jest często stosowane. Trzeba jednak pamiętać o „ubocznym” skutku takiego zabiegu, związanym z wydłużeniem czasu pomiaru. W tym doświadczeniu, wydłużenie czasu pomiaru może spowodować zauważalne spowolnienie obrotu koła i w konsekwencji wydłużenie okresu jego obrotu.